GPD feuille de T.D. n°5.

Exercice 1. — On travaille dans l'espace affine $\mathbb{R}^2$. Soit

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y) & \longmapsto & (x',y')=(x,-3). \end{array}$$

1. Montrer que f est une application affine.
   Soit $L(f)$ l'application linéaire associée à f.
2. Donner $Ker(L(f))$.
3. Donner $Im(L(f))$.
4. Donner l'image de f.
5. Montrer que f est une projection.
6. Quels sont les points fixes de f ?

Exercice 2. — On travaille dans l'espace affine $\mathbb{R}^2$. Soit

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ & (x,y) & \longmapsto & (x',y')=(-x+6,-y+3). \end{array}$$

1. Montrer que f est une application affine.
   Soit $L(f)$ l'application linéaire associée à f.
2. Donner $Ker(L(f)+Id_{\mathbb{R}^2})$.
3. Donner $Im(L(f))$.
4. Donner l'image de f.
5. Montrer que f est une symétrie.
6. Quels sont les points fixes de f ?

Exercice 3. — On travaille dans l'espace affine $\mathbb{R}^3$. Soit

$$\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ & (x,y,z) & \longmapsto & (x',y',z')=(x,x,2). \end{array}$$

1. Montrer que f est une application affine.
   Soit $L(f)$ l'application linéaire associée à f.
2. Donner $Ker(L(f))$.
3. Donner $Im(L(f))$.
4. Donner l'image de f.
5. Montrer que f est une projection.
6. Quels sont les points fixes de f ?

Exercice 4. — On travaille dans l'espace affine $\mathbb{R}^3$. Soit

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \longmapsto & (x',y',z') = (-x+6, -z+2, -y+2). \end{array}$$

1. Montrer que f est une application affine.
   Soit $L(f)$ l'application linéaire associée à f.
2. Donner $Ker(L(f) + Id_{\mathbb{R}^3})$.
3. Donner $Im(L(f))$.
4. Donner l'image de f.
5. Montrer que f est une symétrie.
6. Quels sont les points fixes de f ?

Exercice 5. — On travaille dans l'espace affine $\mathbb{R}^2$. Soit

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \longrightarrow & \mathbb{R}^2 \\ (x,y) & \longmapsto & (x',y') = (-x+6, y). \end{array}$$

1. Montrer que f est une application affine.
   Soit $L(f)$ l'application linéaire associée à f.
2. Donner $Ker(L(f) + Id_{\mathbb{R}^2})$.
3. Donner $Im(L(f))$.
4. Donner l'image de f.
5. Montrer que f est une symétrie.
6. Quels sont les points fixes de f ?

Exercice 6. — On travaille dans l'espace affine $\mathbb{R}^3$. Soit

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow & \mathbb{R}^3 \\ (x,y,z) & \longmapsto & (x',y',z') = (-\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}z + \frac{1}{3}, -x+y-z+1, -z). \end{array}$$

1. Montrer que f est une application affine.
   Soit F l'application linéaire associée à f.
2. Donner $Ker(F)$.
3. Donner $Im(F)$.
4. Donner l'image de f.
5. Montrer que f est une symétrie.
6. Quels sont les points fixes de f ?